

پاسخ به سئوالات مکانیک سیالات آزمون کارشناسی ارشد سال ۱۳۹۵ توسط

پروفسور صادقی

WWW.Nasir.ir

۶۵- کدام معادله دیفرانسیل، بیانگر قانون بقای جرم برای جریان دو بعدی سیال تراکم پذیر با حجم مخصوص  $v$  و میدان

سرعت  $\vec{V}$  می باشد؟

$$\frac{D \ln v}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \quad (1)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \quad (2)$$

$$\frac{D \ln v}{Dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{V} \quad (3)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{V} \quad (4)$$

مرکز خدمات آموزشی

جواب: گزینه ۱ صحیح است.

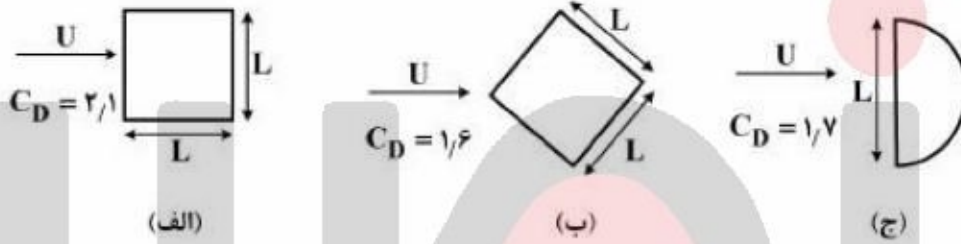
راه حل: قانون بقای جرم برای سیالات قابل تراکم به صورت زیر است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \rho + \rho (\nabla \cdot \vec{V}) = \frac{D\rho}{Dt} + \rho (\nabla \cdot \vec{V}) = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \nabla \cdot \vec{V} = \frac{1}{v} \frac{Dv}{Dt} \Rightarrow \boxed{\frac{D \ln v}{Dt} = \nabla \cdot \vec{V}}$$

نکته: با توجه به اینکه  $p v = 1$  است در نتیجه داریم:  $p dv + v dp = 0$ .

۶۶- جریان با سرعت  $U$  از روی میله‌هایی به طول بی‌نهایت و با مقاطع زیر عبور می‌کند. ضریب درگ هر شکل در کنار آن نوشته شده است. نیروی درگ کدام گزینه بیشتر است؟



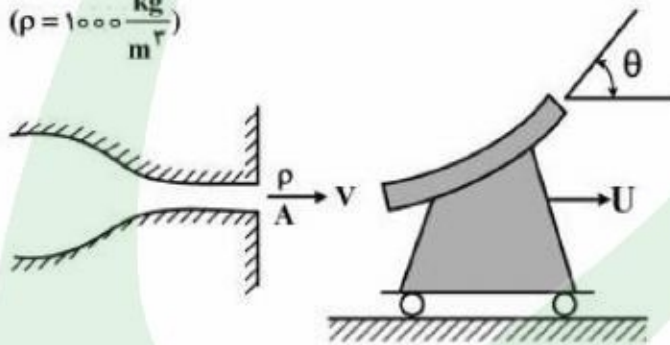
- (الف) (۱)  
(ج) (۳)  
(ب) (۲)  
(۴) هر سه دارای نیروی درگ یکسانی هستند

**جواب:** گزینه ۲ صحیح است.

**راه حل:** نیروی درگ از رابطه  $F_D = \frac{1}{2} \rho U^2 C_D A$  بدست می‌آید. با توجه به یکی بودن سرعت و نیز نوع سیال، درگ ماکزیمم مربوط به حالتی است که  $C_D A$  بالاتری داشته باشد. با توجه به اینکه در مورد شکل "ب" سطح موثر برابر با حاصلضرب قطر مربع در طول است و قطر مربع برابر با  $L\sqrt{2}$  می‌باشد می‌توان نتیجه گرفت که نیروی درگ حالت "ب" از همه بیشتر و نیروی درگ حالت "ج" از همه کمتر است. بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۶۷- یک جت آب با سطح مقطع  $600 \text{ mm}^2$  و سرعت ثابت  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  مطابق شکل زیر به یک گاری برخورد می‌کند. سطح داخلی گاری، سیال را با زاویه  $\theta = 60^\circ$  منحرف می‌کند. نیروی افقی لازم برای اینکه گاری با سرعت ثابت  $U = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  حرکت کند؛ و سرعت مطلق سیال در خروجی گاری، کدام است؟

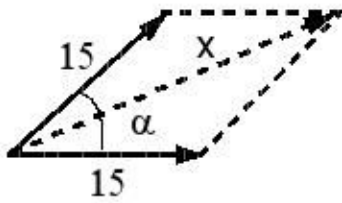
$$\left( \rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$



- (۱)  $15\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}, 76.5 \text{ N}$   
(۲)  $45 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 76.5 \text{ N}$   
(۳)  $15\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}, 67.5 \text{ N}$   
(۴)  $45 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 67.5 \text{ N}$

**جواب:** گزینه ۳ صحیح است.

**راه حل:** سرعت مطلق در خروج (x) از جمع برداری سرعت نسبی و سرعت گاری بدست می‌آید بطوریکه داریم:



$$x^2 = 15^2 + 15^2 + 2 \times 15 \times 15 \cos 60^\circ = 3 \times 15^2 \Rightarrow x = 15\sqrt{3}$$

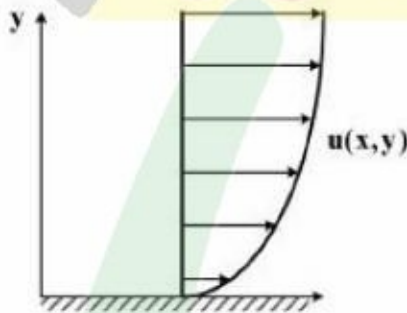
در نتیجه، گزینه های ۲ و ۴ غلط هستند. برای پیدا کردن گزینه صحیح، نیرو را نسبت به ناظر متحرک حساب می کنیم:

$$\sum F_x = -F_x = \dot{M}_2 - \dot{M}_1 = \dot{m}(V - U)(\cos \theta - 1) \Rightarrow F_x = \rho A (V - U)^2 (1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow F = 1000 \times 600 \times 10^{-6} (30 - 15)^2 (1 - \cos 60^\circ) = 67.5 \text{ N}$$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

۶۸- اگر مؤلفه افقی سرعت یک جریان دو بعدی غیر قابل تراکم بر روی یک صفحه  $u = U \left( \frac{ry}{ax} - \frac{y^2}{a^2 x^2} \right)$  باشد، مؤلفه عمودی سرعت جریان، کدام است؟



$$U \left( \frac{ry}{ax} - \frac{y^2}{a^2 x^2} \right) \quad (1)$$

$$U \left( \frac{ry}{ax} - \frac{y^2}{a^2 x^2} \right) \quad (2)$$

$$U \left( -\frac{ry}{ax^2} + \frac{2y^2}{a^2 x^3} \right) \quad (3)$$

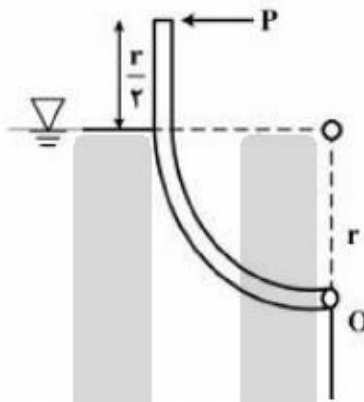
$$U \left( -\frac{r \ln(\frac{y}{x})}{a} + \frac{ry}{a^2 x} \right) \quad (4)$$

جواب: گزینه ۱ صحیح است.

راه حل: با توجه به غیر قابل تراکم بودن سیال، معادله پیوستگی آن به صورت رابطه زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial y} = U \left( \frac{3y}{ax^2} - \frac{2y^2}{a^2 x^3} \right) \Rightarrow v(y) = U \left( \frac{3y^2}{2ax^2} - \frac{2y^3}{3a^2 x^3} \right)$$

۶۹- مقدار نیروی P برای متعادل نگه داشتن دریچه زیر با عرض w چقدر است؟ دریچه در نقطه O به تکیه‌گاه لولا شده و وزن مخصوص سیال پشت دریچه  $\gamma$  می‌باشد.



- (۱)  $\frac{1}{2} \gamma r^2 w$
- (۲)  $\frac{1}{9} \gamma r^2 w$
- (۳)  $\frac{2}{9} \gamma r^2 w$
- (۴)  $\frac{1}{3} \gamma r^2 w$

جواب: گزینه ۴ صحیح است.

راه حل: در ابتدا نیروهای افقی و عمودی را حساب نموده نسبت به لولا لنگر می‌گیریم:

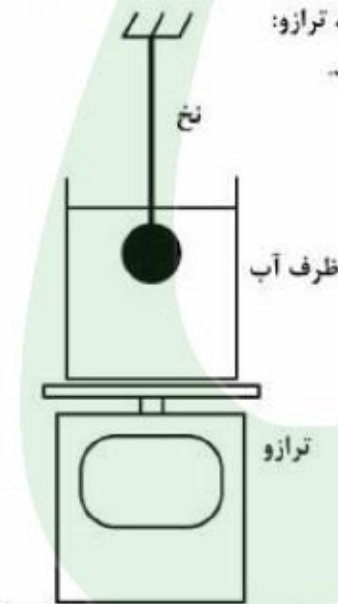
$$F_H = \gamma h_c A = \gamma \times \frac{r}{2} \times r w = \frac{\gamma w r^2}{2} ; \quad F_V = \gamma V = \gamma \times \frac{\pi r^2}{4} \times w = \frac{\pi \gamma w r^2}{4}$$

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow P \times \left( r + \frac{r}{2} \right) = \left( F_H \times \frac{1}{3} r \right) + \left( F_V \times \frac{4r}{3\pi} \right) \Rightarrow \boxed{P = \frac{1}{3} \gamma w r^2}$$

۷۰- ظرف پر از آبی را روی ترازو قرار می‌دهیم. پس از آنکه ترازو وزن آن را نشان داد، یک گوی کروی فولادی را به نخ می‌بندیم و آن را در حالی که انتهای نخ را در دست گرفته‌ایم به آرامی در آب فرو می‌بریم؛ سپس بدون آنکه گوی با

کف ظرف تماس داشته باشد، صبر می‌کنیم تا به حالت تعادل برسد. در این حالت، ترازو:

- (۱) بسته به حجم آب و گوی کروی، ممکن است وزن بیشتر یا کمتری را نشان دهد.
- (۲) وزن بیشتری را نشان می‌دهد.
- (۳) همان وزن قبلی را نشان می‌دهد.
- (۴) وزن کمتری را نشان می‌دهد.



جواب: گزینه ۲ یا ۳ صحیح است.

**راه حل:** اگر ظرف حقیقتاً پر از آب باشد با وارد نمودن گوی مزبور واضح است که به اندازه حجم آن آب به محیط تخلیه می‌گردد. در این حالت چون فشار در کف ظرف تغییر نکرده است در نتیجه ترازو همان نیرو را نشان می‌دهد. اما اگر مطابق شکل مسئله ظرف پر از آب نباشد با وارد نمودن گوی ارتفاع آب در ظرف بالا می‌رود. در نتیجه، فشار در کف ظرف افزایش یافته و متناسب با آن ترازو نیروی بیشتری را نشان می‌دهد. (متأسفانه صورت مسئله با شکل مسئله هماهنگ نیست اگرچه به احتمال زیاد منظور طراح سؤال گزینه ۲ است).